

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2026
Α' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 10 Ιανουαρίου 2026
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$.

Μονάδες 6

Α2. Να αποδείξετε ότι $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

Μονάδες 9

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Τα διανύσματα $\vec{a} = (1, -1)$ και $\vec{b} = (-1, 1)$ είναι παράλληλα.

β) Για κάθε $a \in \mathbb{R}$ οι ευθείες $x = a$ και $y = a$ είναι κάθετες.

γ) Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$ και $y_1 \neq y_2$ είναι :

$$\lambda = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}.$$

δ) Για σημεία K, Λ, M του επιπέδου ισχύει $\overrightarrow{K\Lambda} = \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{M\Lambda}$.

ε) Για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, 12)$, $\vec{\beta} = (3, 4)$ και τα σημεία του επιπέδου A, B και $\Gamma(-10, 6)$.

B1. i) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ και το μέτρο του διανύσματος $\vec{\beta}$.

Μονάδες 4

ii) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB} = 5 \cdot \vec{\beta} - \vec{\alpha}$ και

$$\overrightarrow{AG} = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} - 55, |\vec{\beta}| + 2).$$

Μονάδες 3

B2. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ ορίζουν τρίγωνο, το οποίο είναι ορθογώνιο.

Μονάδες 6

B3. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B .

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB , και να γράψετε το διάνυσμα $\vec{u} = (-19, 42)$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\overrightarrow{MG}$ και $\vec{\alpha}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται ευθεία (ε_1) η οποία σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$ και τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $(0, -2)$.

i. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε_1)

Μονάδες 3

ii. Να βρείτε το σημείο τομής A της (ε_1) με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 3

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε_2) που διέρχεται από τα σημεία $K(0,6)$ και $B(6,0)$ και να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) τέμνονται κάθετα στο σημείο $\Gamma(4,2)$.

Μονάδες 7

Γ3. i) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΓΜ του τριγώνου ΑΒΓ και έπειτα ένα σημείο της Δ ώστε το τετράπλευρο ΑΓΒΔ να είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 8

ii) Να αποδείξετε ότι το ΑΓΒΔ είναι τετράγωνο.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα σημεία του επιπέδου Α, Β, Γ και τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν:

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha}^2 \quad (1), \quad |\vec{\beta}| = 2|\vec{\alpha}| \quad (2), \quad |\vec{\gamma}| = |\vec{\beta} - \vec{\alpha}| \quad (3)$$

Δ1. Να βρείτε τη γωνία $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}})$ και να αποδείξετε ότι $\vec{\gamma}^2 = 3\vec{\alpha}^2$.

Μονάδες 6

Δ2. i) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{AB} = -3\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{AG} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

Μονάδες 5

ii) Αν $|\overrightarrow{BG}| = \sqrt{112}$ να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = 2$.

Μονάδες 6

Δ3. i) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp (\vec{\alpha} - \vec{\beta})$

Μονάδες 2

ii) Αν η εξίσωση $\beta' \text{ βαθμού } x^2 + |\vec{\gamma} - \vec{\alpha}|x + \vec{\alpha}^2 = 0$ έχει μία διπλή ρίζα να αποδείξετε ότι $\vec{\gamma} // (\vec{\alpha} - \vec{\beta})$.

Μονάδες 6