



ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Ιανουαρίου 2025  
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν  $\alpha, \beta \geq 0$  να αποδείξετε ότι  $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$  όπου  $n$  θετικός ακέραιος.

Μονάδες 10

**A2.** Να εντοπίσετε το λάθος στον παρακάτω συλλογισμό.

Η εξίσωση  $(5-x)(x+1) = (3+x)(x+1)$  γράφεται ισοδύναμα:

$$(5-x)(x+1) = (3+x)(x+1) \Leftrightarrow 5-x = 3+x \Leftrightarrow -2x = -2 \Leftrightarrow x = 1.$$

Όμως ο αριθμός  $x = -1$  επαληθεύει τη δοθείσα εξίσωση.

Μονάδες 5

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Αν  $\alpha^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$  ή  $\beta = 0$ .

**β.** Ο αντίστροφος του αριθμού  $-3$  είναι το  $3$ .

**γ.** Αν  $\alpha, \beta$  ετερόσημοι τότε  $\alpha \cdot \beta < 0$ .

**δ.** Η εξίσωση  $x^n = a$  με  $a < 0$  και  $n$  περιττό φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς μια λύση την  $-\sqrt[n]{|a|}$ .

**ε.** Ισχύει  $\alpha^{v-\mu} = \alpha^\mu : \alpha^v$ .

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β**

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

B1.  $3|x+2|-6=0$

Μονάδες 5

B2.  $|3x-1|-|x-1|=0.$

Μονάδες 5

B3.  $x^5-4x^3-x^2+4=0.$

Μονάδες 8

B4.  $\frac{x}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}.$

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι παραστάσεις:  $A = \frac{2\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta} - \sqrt{\alpha}}$  και  $B = \frac{3(\sqrt{\beta} - \sqrt{\alpha})}{\sqrt{\beta}}$  όπου  $\alpha, \beta > 0$  για τους οποίους ισχύει  $\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha - 6\beta + 13 = 0.$

Γ1. Να δείξετε ότι  $\alpha = 2$  και  $\beta = 3.$ 

Μονάδες 6

Γ2. Να μετατρέψετε τις παραστάσεις A και B σε ισοδύναμες με ρητούς παρονομαστές.

Μονάδες 6

Γ3. Για  $A = \sqrt{6} + 1$  και  $B = 3 - \sqrt{6}$  να βρεθούν τα  $A^2$  και  $B^2.$ 

Μονάδες 6

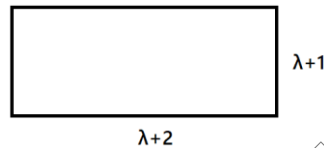
Γ4. Να δείξετε ότι:  $\sqrt{7+2\sqrt{6}} + \sqrt{15-6\sqrt{6}} = \sqrt{4} \cdot 4^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{4}.$ 

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται οι εξισώσεις:  $(3\lambda - 6) \cdot x = \mu^2 - 3\mu$  (1) και  $(\lambda - 1)(\lambda - 2) \cdot x = \mu + 2 - \lambda$  (2) με  $1 \leq \lambda \leq 5$ .

- Δ1. Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων βρίσκεται η περίμετρος και το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με πλευρές  $\lambda + 2$  και  $\lambda + 1$ .

**Μονάδες 5**

- Δ2. Να βρεθούν οι τιμές των  $\lambda$  και  $\mu$  ώστε η εξίσωση (1) να είναι ταυτότητα και η εξίσωση (2) να είναι αδύνατη.

**Μονάδες 8**

- Δ3. Για  $\lambda = 2$  και  $\mu = 3$  να λυθούν οι εξισώσεις:

i)  $d(x, \lambda) \cdot d(x, \mu) = d(x, \lambda)$

**Μονάδες 6**

ii)  $|\mu \cdot |x| - \lambda| = 4$

**Μονάδες 6**