ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
<u>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ</u>
(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο απόδειξη σελ. 150 – 151

Α2. Σχολικό βιβλίο ορισμός σελ. 87

Α3. Σχολικό βιβλίο ορισμός σελ. 14

Α4. **α.** Σωστό (σχολικό βιβλίο σελ. 151)
β. Λάθος (σχολικό βιβλίο σελ. 86)
γ. Σωστό (σχολικό βιβλίο σελ. 33)
δ. Σωστό (σχολικό βιβλίο σελ. 67)
ε. Λάθος (σχολικό βιβλίο σελ. 40)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με:

$$f'(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = 3$$

Το πρόσημο της f' και τα διαστήματα μονοτονίας της f φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f'		+	0	-	0	+	
f		↗		↘		↗	

Επομένως:

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 = 2$ το $f(2) = \frac{11}{3}$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 = 3$ το $f(3) = \frac{7}{2}$

Β2. Το σημείο $\mathrm{A}(0,\mathrm{f}(0))$ έχει συντεταγμένες $\mathrm{A}(0,-1)$ εφόσον $\mathrm{f}(0)=-1$

Έστω $\varepsilon: y=\lambda x+\beta$ η εξίσωση εφαπτομένης της C_f στο $\mathrm{A}(0,-1)$

με $\lambda=f'(0)=6$

Επειδή το σημείο $\mathrm{A}(0,-1)$ ανήκει στην ευθεία ε έχουμε:

$$-1=6\cdot 0+\beta \Leftrightarrow \beta=-1$$

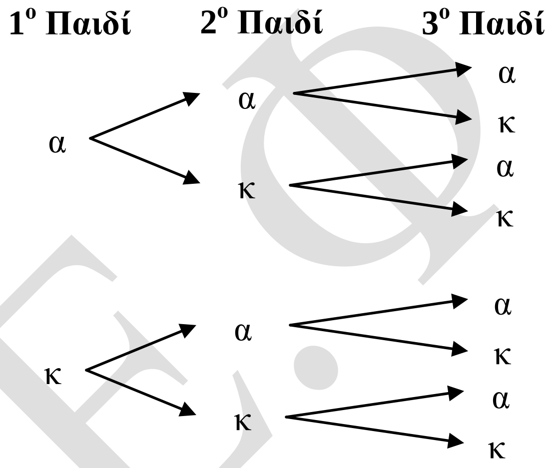
Άρα $\varepsilon: y=6x-1$

Β3. $$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-5x+6-12}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-5x-6}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-6)}{x+1}=-7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Συμβολίζουμε με «α» το παιδί να είναι αγόρι και με «κ» το παιδί να είναι κορίτσι.

Τότε το δενδροδιάγραμμα που καθορίζει τη σειρά γέννησης και το φύλο του παιδιού είναι το ακόλουθο:



Άρα ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι:

Ω = {ααα, αακ, ακα, ακκ, καα, κακ, ακα, κκκ}

Γ2. Με βάση το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος τα ενδεχόμενα Α, Β, Γ με αναγραφή των στοιχείων τους είναι τα παρακάτω:

Α = {καα, κακ, κκα, κκκ}

Β = {ακκ, κακ, κκα, κκκ}

Γ = {ααα, αακ, κκα, κκκ}

Γ3. **α.** Τα ενδεχόμενα Δ, Ε και Ζ με αναγραφή των στοιχείων τους είναι τα παρακάτω:

$\Delta = \mathrm{A}\cap \mathrm{B} = \{$κακ, κκα, κκκ$\}$

$\mathrm{E} = \mathrm{A}\cup \mathrm{B} = \{$καα, ακκ, κακ, κκα, κκκ$\}$

$\mathrm{Z} = \Gamma - \mathrm{E} = \{$ααα, αακ$\}$

Άρα από τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε:

$$P(\Delta)=\frac{N(\Delta)}{N(\Omega)}=\frac{3}{8}$$
$$P(E)=\frac{N(E)}{N(\Omega)}=\frac{5}{8}$$
$$P(E)=\frac{N(Z)}{N(\Omega)}=\frac{2}{8}$$

β. Στη γλώσσα των συνόλων τα ενδεχόμενα Η και Θ συμβολίζονται:

$$H=(A\cup B)'$$
$$\Theta=(A-B)\cup(B-A)$$

Τότε

$$P(H)=P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)=1-P(E)=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$

και $P(\Theta)=P\big((A-B)\cup(B-A)\big)$

Τα ενδεχόμενα $(A-B),(B-A)$ είναι ασυμβίβαστα οπότε εφαρμόζοντας τον απλό προσθετικό νόμο παίρνουμε:

$$P(A-B)+P(B-A)$$
$$=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=P(A\cup B)-P(A\cap B)$$
$$=P(E)-P(\Delta)$$
$$=\frac{5}{8}-\frac{3}{8}$$
$$=\frac{1}{4}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν c το πλάτος κάθε κλάσης, τότε οι δυο πρώτες κλάσεις είναι: $[8,8+c)$ και $[8+c,8+2c)$

$$x_2=14 \Leftrightarrow \frac{8+c+8+2c}{2}=14 \Leftrightarrow 3c+16=28 \Leftrightarrow 3c=12 \Leftrightarrow c=4$$

Δ2. Για c= 4 ο πίνακας γίνεται:

Χρόνος	x_i	v_i
[8,12)	10	20
[12,16)	14	15
[16,20)	18	10
[20,24)	22	v_4
ΣΥΝΟΛΟ		v =

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot v_i}{v} \Leftrightarrow 14=\frac{200+210+180+22v_4}{45+v_4} \Leftrightarrow 590+22v_4=630+14v_4 \Leftrightarrow 8v_4=40 \Leftrightarrow v_4=5$$

Άρα ο πίνακας συμπληρωμένος γίνεται:

Χρόνος	**x_i**	**v_i**
[8,12)	10	20
[12,16)	14	15
[16,20)	18	10
[20,24)	22	5
ΣΥΝΟΛΟ		v = 50

Δ3. Έστω κ το πλήθος των υπολογιστών που χρειάστηκαν περισσότερο από 9 λεπτά για να τρέξουν το πρόγραμμα.

Τότε : $\kappa=\frac{3}{4}v_1+v_2+v_3+v_4 \Rightarrow \kappa=\frac{3}{4}\cdot 20+15+10+5 \Rightarrow \kappa=45$

Επειδή τα δεδομένα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα στις κλάσεις τότε στο διάστημα $[9,12)$ βρίσκονται τα $\frac{3}{4}$ του πλήθους των υπολογιστών που βρίσκονται στην κλάση $[8,12)$

Δ4. $$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2\cdot vi}{v}=\frac{(10-14)^2\cdot 20+(14-24)^2\cdot 15+(18-14)^2\cdot 10+(22-14)^2\cdot 5}{50}=$$

$$=\frac{320+160+320}{50}=\frac{800}{50}=16$$

άρα $s=4$ $CV=\frac{s}{|\bar{x}|}=\frac{4}{14}>0{,}1$

Άρα δεν είναι ομοιογενές

Δ5. Έχουμε x_i: ο αρχικός χρόνος

y_i: ο τελικός χρόνος

Τα x_i, y_i συνδέονται με τη σχέση $y_i=0{,}8x_i$ και το $i\in[1, 2, 3, ..., 50]$

Από γνωστή εφαρμογή για την νέα μέση τιμή και την νέα τυπική απόκλιση ισχύει ότι :

$\bar{y}=0{,}8\bar{x}$

$s_y=|0{,}8|\cdot s$

Άρα $CV_y=\frac{s_y}{|\bar{y}|}=\frac{0{,}8\cdot s}{0{,}8\cdot \bar{x}}=CV=\frac{2}{7}$

Επομένως το καινούργιο δείγμα δεν είναι ομοιογενές